Zależność ndc od $\%GRR$

Krzysztof Małysiak
kmalysiak.pl@gmail.com

1 stycznia 2015

0.1 Motywacja

Ten artykuł będzie zabawny. Pokażemy, że coś, co przez długi czas traktowaliśmy jako dwa niezależne kryteria, na podstawie których dopuszczaliśmy (bądź nie) nasz układ pomiarowy, jest gruncie rzeczy jednym kryterium. Pokażemy jak prosta arytmetyka (bo na niej opierał się będzie "dowód") otworzy kolejną furtkę w głowach i pozwoli jeszcze lepiej zrozumieć / zinterpretować liczby, na które patrzymy od dawna. A zatem, do rzeczy!

0.2 $\%GRR$ i ndc

Dość regularnie mam do czynienia z badaniem zdolności układów pomiarowych. Wynikiem badań jest oczywiście wyznaczenie wskaźników charakteryzujących system, czyli $\%GRR$ oraz ndc zgodnie z [1]. Ocena wartości tych wskaźników określa zdolność układu pomiarowego. AIAG w podręczniku [1] podaje, dla układu pomiarowego służącego analizie procesu, kryterium $ndc \geqslant 5$ i $\%GRR \leqslant 10\%$ (warunkowo dopuszczalne $\%GRR < 30\%$). Dodatkowo układ musi być oczywiście w statystycznej kontroli i należy prześledzić odpowiednie graficzne reprezentacje pomiarów, zgodnie z metodą graficzną. Ponadto podręcznik mówi też: *"The use of the GRR guidelines as threshold criteria alone is NOT an acceptable practice for determining the acceptability of a measurement system"* [1].

W praktyce jednak bardzo często stawia się konkretne wymagania na wartości wskaźników i na ich podstawie klasyfikuje się system pomiarowy. Aby obliczyć wielkości $\%GRR$ i ndc musimy przejść przez całą procedurę, lecz tego rodzaju detale nie są tutaj istotne. Skupmy się na samej końcówce, w której wyznaczyć musimy TV - całkowitą zmienność w procesie, PV - zmienność mierzonych części, GRR - zmienność układu pomiarowego, oraz finalnie $\%GRR$ i ndc. Wielkości te są związane poniższymi trzema wzorami [1]

$$TV^2 = PV^2 + GRR^2 \tag{1}$$

$$\%GRR = \frac{GRR}{TV}100 \tag{2}$$

$$ndc = \sqrt{2}\frac{PV}{GRR} \tag{3}$$

Przez żonglerkę powyższymi wzorami pokażemy, że tak naprawdę ndc= f($\%GRR$) co oznacza, że zmienia się ono w ściśle określony sposób z $\%GRR$ i jest tylko od niego zależne. Dla danej wartości $\%GRR$ istnieje zatem jedna, określona wartość

ndc, co może stanowić dobry test weryfikujący rzetelność analizy i demaskujący próby "podkręcania" wyników.

Zacznijmy zatem od podniesienia (3) do kwadratu:

$$ndc^2 = 2\frac{PV^2}{GRR^2} \tag{4}$$

Jeżeli z (1) wyliczymy PV^2 to dostaniemy oczywiście $PV^2 = TV^2 - GRR^2$ i podstawiając to do (4) dostaniemy

$$ndc^2 = 2\frac{TV^2 - GRR^2}{GRR^2} \tag{5}$$

Po podzieleniu ułamka po prawej stronie przez GRR^2 mamy

$$ndc^2 = 2\frac{TV^2}{GRR^2} - 1 \tag{6}$$

Korzystając teraz z (2) wyliczamy sobie TV i całość podnosimy do kwadratu:

$$TV^2 = \frac{GRR^2}{\%GRR^2}10^4 \tag{7}$$

Podstawiając (7) do (6) dostajemy

$$ndc^2 = 2\frac{\frac{GRR^2}{\%GRR^2}10^4}{GRR^2} - 1 \tag{8}$$

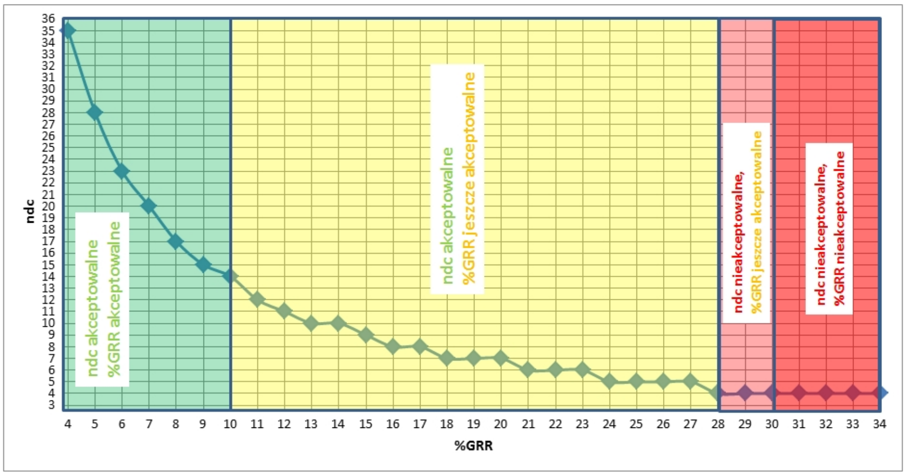
Upraszczając ułamek po prawej i pierwiastkując obie strony, dostajemy finalnie wzór

$$ndc = \sqrt{2\frac{10^4}{\%GRR^2} - 1} \tag{9}$$

Mając więc wyznaczone $\%GRR$ można (prawie) w ciemno podać wartość ndc. Z ciekawości pootwierałem sobie kilka arkuszy $GR\&R$ i potestowałem formułę (9). Zapewniam, że działa!

0.3 Konsekwencje

Konkluzji wynikających ze wzoru (9) jest co najmniej kilka.



Rysunek 1: Zależność (9) i kryteria akceptacji. *ndc* zostało oczywiście zaokrąglone do całkowitej wartości stąd przebieg zależności nie jest gładki.

- zależność (9), z nałożonymi kryteriami akceptacji jest pokazana na wykresie (1)
- jednej wartości $\%GRR$ odpowiada jedna wartość *ndc*
- układ charakteryzujący się $28 \leqslant \%GRR < 30$ jest nie do zaakceptowania - układ taki ma niedopuszczalnie niskie *ndc* (przynajmniej dla celów analitycznych); formalnie rzecz biorąc, kryterium z manuala AIAG $\%GRR < 30\%$ jest w zasadzie $\%GRR < 28\%$ (praktycznie - nad układem i tak warto popracować)
- jeżeli kierować się regułą "dziesiątki", to być może pole zielone na wykresów (1) powinno rozciągać się aż do $\%GRR = 14$; mielibyśmy w tedy w pełni akceptowalny układ pomiarowy o maksymalnych wartościach $\%GRR = 14$ i $ndc = 10$
- zależności (9) można używać w celach diagnostycznych - sprawdzić czy nikt przypadkiem nie podkręcił wyników, lub czy arkusz obliczeń (ktośkolwiek liczy to jeszcze w Excelu?) wolny jest od błędów.

I to w zasadzie tyle. Wypada jeszcze wspomnieć, że powyższa analiza odnosi się do analiz metodą średnich i rozstępów i metodą ANOVA.

Dodam jeszcze, że kiedy wpadłem na powyższe, czytając manual AIAGa ucieszyłem się jak dziecko. Następnego dnia nie wytrzymałem i poszukałem, czy ktoś przypadkiem wcześniej nie odkrył zależności (9). I niestety znalazłem artykuł [2], opublikowany w 2013 roku. Wszedłem więc na niezdobyty szczyt i znalazłem tam zatkniętą hiszpańską flagę Andresa Carrion García i Angeli Grisales del Rio... Damn!

0.4 Disclaimer

Niniejszy tekst jest autorstwa Krzysztof Małysiaka. Powielanie bez zgody autora zabronione. Jeżeli używasz tego tekstu jako źródła - zacytuj mnie. Jeżeli chcesz ten tekst gdzieś umieścić lub znalazłeś błąd, lub masz pytania - napisz do mnie na `kmalysiak.pl@gmail.com`.

Literatura

[1] *AIAG reference manual, Measurement systems analysis. MSA.* fourth ed., AIAG, Southfield, 2010.

[2] *Number of distinct data categories and gage repeatability and reproducibility. A double (but single) requirement*; Andres Carrion García, Angela Grisales del Rio; Measurement 46 (2013) 2514–2518